

El pentaquark i les tècniques d'unitarització quiral

Arnau Rios Huguet*

Introducció

El desig de descobrir els constituents essencials de la matèria ha estat sempre un dels motors fonamentals per al progrés de la física. En la carrera que ens condueix cap a un coneixement més detallat de l'estructura microscòpica de la natura, els físics han anat explorant rangs d'energies cada cop més elevats. Com major és l'energia que s'aconsegueix en una col·lisió de partícules, més penetrant és la visió que tenim de les seves característiques. És així com ha millorat la nostra comprensió de les propietats més íntimes de la matèria i és així com hem anat desglossant-la en constituents cada vegada més essencials. I, tanmateix, en aquest procés en constant evolució, hem anat deixant enrere escales d'energia que potser contenen encara molta informació essencial, a voltes no del tot compresa. És per això que en l'àmbit de la física d'energies baixes o intermèdies els experiments, més que pel fet de ser espectacularment potents, es caracteritzen pel fet de ser específics i concrets. Es tracta de buscar detalls que fins ara havien passat desapercebuts. Sortosament, els resultats recollits poden presentar sorpreses inesperades que tal vegada transcendeixen l'àmbit de les baixes energies i són importants per a la física de partícules. Sens dubte, el descobriment d'un nou tipus de partícula és una d'aquestes grans sorpreses. En aquest sentit, la possible troballa de la partícula Θ^+ , de propietats especialment sorprenents, ha estat una petita revolució en el camp de la física de partícules, tant per les seves possibles conseqüències en el nostre coneixement de la física fonamental com per la controvèrsia que ha generat.

La principal característica experimental de la regió de les anomenades *baixes energies* (energies d'aproximadament 1 GeV o, el que és el mateix, de l'ordre de la massa del protó) de la interacció forta és la presència de ressonàncies, estructures que apareixen en els espectres experimentals amb amplades de l'ordre dels centenars de MeV i que van associades a pols (en el pla complex) de la interacció mesó-barió. Les ressonàncies tenen determinades propietats que ens permeten caracteritzar-les. En general, les parametritzem mitjançant una massa (que

correspon bàsicament a la posició, en energia, del pic de l'estructura) i una amplada de desintegració (proporcional a l'amplada en energies de l'estructura). Però a més, les ressonàncies tenen paritats i spins ben determinats experimentalment que ens permeten etiquetar-les amb seguretat. Per fer-nos una idea de què parlem, en la figura 1 mostrem la secció eficaç total del procés $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$ a baixes energies. S'hi pot veure una estructura d'una amplada d'uns 200 MeV, que s'associa a la ressonància $\Delta(1232)$, de spin $S = 3/2$ i paritat positiva $P = +1$.

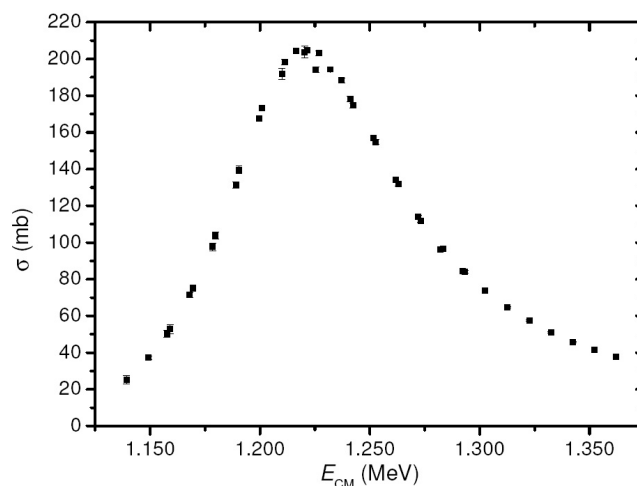


Figura 1: Secció eficaç elàstica total de π^+p en funció de l'energia del sistema centre de masses. L'estructura que s'hi observa és la ressonància Δ , de massa $M = 1.232$ MeV i amplada $\Gamma = 120$ MeV (segons el Particle Data Group)

L'estudi teòric i experimental d'aquestes ressonàncies ha estat i és un dels objectius fonamentals de la física hadrònica (la física que estudia els *hadrons*, les partícules que interaccionen fortament). Recentment, però, els estudiosos dels hadrons viuen una petita revolució que ha revifat l'interès experimental i teòric per aquest camp. L'octubre de 2002, l'equip del Prof. Nakano, que dirigeix el Laser Electron Photon Experiment (LEPS) al sincrotró SPRING-8 d'Osaka, va anunciar la troballa experimental (Nakano et al., 2003) d'una ressonància extraordinàriament estreta, de menys d'una desena de MeV, en el sector d'estranyesa $S = +1$ (és a dir, en el conjunt de partícules formades per un antiquark estrany \bar{s}) a una energia de $M = 1.540$ MeV. Sorprenentment,

***Arnau Rios Huguet** (Barcelona, 1980) és llicenciat en Física (2002) per la UB i becari FI de la Generalitat de Catalunya al Departament d'Estructura i Constituents de la Matèria de la Universitat de Barcelona.

les anàlisis experimentals prèvies de les dades d'aquest sector d'estranyesa no havien estat capaces de resoldre aquesta estructura i se'n desconeixia l'existència. La motivació d'aquest experiment sorgí de la predicció teòrica, uns anys abans i en el marc dels models de solitons quirals (Diakonov et al., 1997), de l'existència d'una partícula exòtica, la Θ^+ , amb una massa i amplada de desintegració compatibles amb aquestes dades experimentals. El descobriment de la ressonància a LEPS i la seva assignació com a hadró exòtic no estan, però, exemptes de polèmica (Hicks, 2005). Hi ha un encès debat entre els estudiosos dels hadrons (en el camp experimental i també en el teòric) tant a favor com en contra de la seva existència.

Els hadrons detectats experimentalment es divideixen generalment en dues classes: barions i mesons. Els primers estan compostos per combinacions de tres quarks, i potser els exemples més coneguts són protons i neutrons, els constituents del nucli atòmic. Els mesons, en canvi, estan formats per la unió d'un quark i un antiquark. Tanmateix, la simetria SU(3) que regeix la teoria de les interaccions fortes no limita el nombre de quarks que poden formar una partícula i, en particular, permet l'existència dels anomenats *pentaquarks*, hadrons formats per quatre quarks i un antiquark de valència. Precisament, els models de solitons quirals prediuen l'existència d'un hadró exòtic, el Θ^+ , format per cinc quarks. Així, de la mateixa manera que un protó és una combinació de dos quarks *up* i un de *down*, *uud*, un pentaquark Θ^+ seria una combinació de tipus *uudds* (un parell de quarks *up*, un de quarks *down* i un antiquark estrany).

D'altra banda, avui en dia totes les proves experimentals confirmen que la cromodinàmica quàntica (QCD, *Quantum Chromodynamics* en anglès) és la teoria que hi ha darrere de la interacció forta. Aquesta interacció és la responsable de mantenir lligat el nucli atòmic i regeix les col·lisions de les partícules elementals. En el règim d'altres energies, la interacció forta es caracteritza per l'anomenada *llibertat asimptòtica*. Al contrari que altres teories de camps, la interacció descrita per la QCD és més feble com major és l'energia del procés estudiat. Aquest resultat antiintuïtiu, gràcies al qual els seus descobridors (Gross, Politzer i Wilczek) van ser guardonats amb el Premi Nobel del 2004 (Espriu, 2005), permet que a altes energies sigui possible aplicar quelcom semblant a la teoria de pertorbacions de la mecànica quàntica. És així com s'han pogut fer moltes prediccions que han estat comprovades amb èxit experimentalment i que han permès confirmar la validesa de la teoria. Tanmateix, a baixes energies la interacció forta presenta el comportament contrari: els quarks de menor energia estan més lligats entre ells. És l'anomenat *confinament* de la QCD, que ens obliga a utilitzar mètodes no pertorbatius a l'hora de predir la fenomenologia experimental i que complica molt els tractaments teòrics a energies baixes. Aquest és precisament el cas de les col·lisions mesó-barió a baixes energies, on es formen ressonàncies com la Θ^+ , i és d'aquí d'on sorgeix la major dificultat de la física hadrònica teòrica.

La Θ^+ i els experiments

L'experiment inicial del LEPS era un experiment de fotoproducció de neutrons sobre ^{12}C . En aquest tipus d'experiments es fan incidir fotons d'alta energia provinents del sincrotró sobre fitons de diferents elements (en aquest cas, carboni). La idea és que el xoc dels fotons energètics amb el fitó produirà partícules que interaccionaran amb els protons i neutrons dels nuclis atòmics veïns. En particular, en aquest tipus de col·lisions es produiran kaons d'estranyesa positiva $S = +1$. Si mesurem les característiques dels kaons sortints podrem deduir com han interaccionat amb els nucleons dels nuclis de carboni i estudiar les característiques de la interacció kaó-nucleó. Malauradament, l'experiment no és tan fàcil com això. Cal, per exemple, eliminar les distorsions que provoquen els nucleons dels nuclis de carboni sobre el nucleó estudiat, per eliminar els efectes del medi nuclear circumdant sobre la reacció.

Un cop anunciada la troballa del LEPS arreu del món va començar una carrera per confirmar-ne o desmentir-ne l'existència. Els primers experiments de fotoproducció donaren resultats positius (vegeu la taula 1). Les col·laboracions de CLAS i SAPHIR detectaren la ressonància i ràpidament començà a circular la notícia que l'existència del pentaquark havia estat confirmada. Els experiments posteriors eren d'un altre tipus i se centren en la mesura de la interacció $p K_S^0$, mitjançant reaccions en què un feix de kaons (DIANA), de neutrinos (ITEP), d'electrons (HERMES i ZEUS) o de protons (SVD) es feia col·lidir amb un protó o deuteró estàtics. Malauradament, el kaó K_S^0 té una propietat força desagradable des del punt de vista experimental: és una barreja de dos estats quàntics, el \bar{K}^0 amb un quark estrany *s* (és a dir, amb estranyesa $S = -1$) i el K^0 amb un antiquark estrany \bar{s} (estranyesa $S = +1$). Per culpa d'aquesta barreja, la mesura inclou tant ressonàncies del sector d'estranyesa $S = -1$ com del sector $S = +1$. Així doncs, els pics que apareguin en l'espectre poden ser deguts a la presència de la Θ^+ o a alguna de les ressonàncies Σ^{*+} que poblen l'espectre de $S = -1$ a aquestes energies. Els resultats obtinguts per aquest mètode es poden millorar si l'estranyesa de la massa invariant de $p K_S^0$ es determina mitjançant una reconstrucció del camí de la partícula Σ^+ . Com que aquesta partícula té estranyesa negativa, l'altre estat mesurat haurà de contenir forçosament un kaó K_S^0 en el seu estat d'estranyesa positiva i és per tant l'estat que ens interessa mesurar. D'aquesta manera la col·laboració de COSY-TOF va aconseguir els resultats experimentals de més qualitat fins al mo-

Grup	Reacció	Massa [MeV]	Amplada [MeV]	$\sigma's$
LEPS	$\gamma C \rightarrow K^+ K^- X$	1.540 ± 10	< 25	4.6
DIANA	$K^+ X e \rightarrow K^0 p X$	1.539 ± 2	< 9	4.4
CLAS	$\gamma d \rightarrow K^+ K^- p(n)$	1.542 ± 5	< 21	5.2
SAPHIR	$\gamma C \rightarrow K^+ K^0(n)$	1.540 ± 6	< 25	4.8
ITEP	$\nu A \rightarrow K^0 p X$	1.533 ± 5	< 20	6.7
CLAS	$\gamma p \rightarrow \pi^+ K^+ K^- (n)$	1.555 ± 10	< 26	7.8
HERMES	$e^+ d \rightarrow K^0 p X$	1.526 ± 3	13 ± 9	~ 5
ZEUS	$e^+ p \rightarrow e^+ K^0 p X$	1.522 ± 3	8 ± 4	~ 5
COSY-TOF	$pp \rightarrow K^0 p \Sigma^+$	1.530 ± 5	< 18	~ 5
SVD	$pA \rightarrow K^0 p X$	1.526 ± 5	< 24	5.6

Taula 1: *Determinacions experimentals positives de la ressonància Θ^+*

Grup	Reacció	Grup	Reacció
BES	$e^+ e^- \rightarrow J/\Psi \rightarrow \Theta \Theta$	HERA-B	$p + A \rightarrow K^0 p X$
BaBar	$e^+ e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow p K^0 X$	SPHINX	$p + C \rightarrow K^0 \Theta X$
Belle	$e^+ e^- \rightarrow B^0 \bar{B}^0 \rightarrow p \bar{p} K^0 X$	HyperCP	$p + Cu \rightarrow K^0 p X$
LEP	$e^+ e^- \rightarrow Z \rightarrow p K^0 X$	CDF	$p \bar{p} \rightarrow K^0 p X$

Taula 2: *Determinacions experimentals negatives de la ressonància Θ^+ . A l'esquerra, experiments i reaccions basats en col·lisions electró-positró. A la dreta, el mateix per a col·lisions hadròniques d'alta energia*

ment. Curiosament, aquests darrers experiments en què es mesura el parell $p K_S^0$ donen masses per a la Θ^+ uns 10 MeV menors als experiments inicials, fins al punt que la posició de la ressonància segons les dades de ZEUS ($M = 1.522 \pm 3$ MeV) és incoherent amb les de DIANA ($M = 1.539 \pm 2$ MeV).

Sembla, doncs, que no hi ha acord en les evidències experimentals sobre l'existència del pentaquark en experiments de baixes energies. En canvi, la majoria d'experiments realitzats en acceleradors de partícules a altes energies sí que coincideixen: cap d'ells detecta traces de l'existència del pentaquark. Això és, és clar, força preocupant. Sobretot si tenim en compte que els experiments que han confirmat l'existència de la Θ^+ no són prou fiables, hi ha molt pocs esdeveniments experimentals associats clarament a la ressonància. En canvi, en nombrosos acceleradors de partícules del món es produeixen col·lisions d'altres energies on es generen quantitats ingents de diferents tipus de partícules amb prou fiabilitat. En principi, caldria esperar que, si existeix, també s'hi produís el pentaquark i que, gràcies al gran nombre de comptatges, se'n poguessin conèixer millor les propietats. Malauradament, però, ni els experiments duts a terme amb col·lisions electró-positró (BES, BaBar, Belle, LEP) ni els provinents de feixos d'hadrons a altes energies (HERA-B, SPHINX, HyperCP, CDF) n'han trobat evidències (vegeu la taula 2). Sorprenentment, alguns d'aquests experiments són capaços de detectar amb molta precisió altres ressonàncies, com ara la $\Lambda(1.520)$ del sector d'estranyesa $S = -1$.

Tanmateix, hi ha alguns dubtes sobre els possibles

mecanismes de formació d'un estat lligat de cinc quarks a altes energies. No és gens clar, per exemple, que a tan altes energies es donin les condicions necessàries perquè cinc quarks s'uneixin en un estat lligat de baixa energia. Independentment d'aquesta dificultat, també cal fer notar que les condicions cinemàtiques en què es duen a terme els experiments de baixes i d'altres energies són diferents: no es pot fer el mateix tipus d'experiments en dos tipus d'acceleradors tan diferents. No és evident, doncs, que els resultats d'uns i d'altres hagin de ser complementaris: potser hi ha algun procés físic darrere de tot plegat que suprimeix la presència de pentaquarks en les regions cinemàtiques d'altres energies.

D'altra banda, potser la característica experimental més intrigant del pentaquark Θ^+ és la seva amplada de desintegració, extraordinàriament petita. Típicament, una ressonància hadrònica té amplades de l'ordre dels 100 MeV. Ara bé, fins al moment de la seva detecció les dades ja existents de difusió de kaons i nucleons no presentaven cap mena d'estructura ni de ressonància. L'espaiat en energia d'aquestes dades és de l'ordre d'una desena de MeV i per tant l'amplada d'una ressonància que no hi aparegui no pot ser superior a alguns MeV. L'anàlisi detallada d'aquests experiments i dels experiments actuals amb determinacions positives confirmen que una fita superior a l'amplada del pentaquark és d'uns 10 MeV. Ara bé, si la Θ^+ té una massa que és uns 100 MeV per sobre de la suma de masses del sistema KN (el que anomenem el *llindar* del sistema, $m_K + m_N \sim 490 + 940 \sim 1.430$ MeV), el pentaquark hauria de decaure a un kaó i un nucleó lliures amb temps

típics de la interacció forta (temps molt curts que, pel principi d'incertesa, correspondrien a amplades grans en energia). Si la petitesa de l'amplada es confirmés, ens trobaríem davant del primer cas d'una ressonància estreta per sobre del seu llindar de desintegració.

Davant d'aquest panorama d'incertesa experimental, convindria que els models teòrics es posessin d'acord en l'existència i les propietats del pentaquark. Com ja hem comentat, l'existència de la Θ^+ sorgí en el marc d'un tipus particular de models, els de solitons quirals. Segons aquests models, la Θ^+ seria el membre més lleuger d'un decuplet de pentaquarks amb spin total $1/2$ i paritat positiva. Què diuen els altres models? D'una banda, els models de diquarks tracten d'explicar la Θ^+ com un hadró format pel lligam de dos diquarks ud (és a dir, dues parelles de diquarks) més un antiquark estrany. Aquest model és capaç de generar un decuplet de pentaquarks si s'acoblen els parells de quarks mitjançant una interacció d'ona p i prediuen un spin i paritat idèntics als models de solitons. D'altra banda, hi ha també alguns càlculs en el reticle (simulacions numèriques molt costoses que, dins el seu rang de validesa, podem considerar pràcticament exactes). Malauradament, les aproximacions emprades són diferents per cada càlcul i no hi ha unanimitat sobre l'existència o no del pentaquark. A més, els grups que asseguren trobar-ne traces no es posen d'acord sobre les seves propietats de paritat i spin.

Hi ha, però, altres tècniques d'àmbit teòric que s'empren habitualment i amb molt d'èxit en l'estudi de la QCD a baixes energies i que, per tant, podrien donar bons resultats en l'estudi del pentaquark. D'entre les possibles opcions, aquí emprarem les anomenades tècniques d'unitarització quiral (TUQ) que han permès reproduir les propietats de moltes de les ressonàncies hadròniques, tant en les interaccions mesó-mesó com en les interaccions mesó-barió (Oller et al., 2000). De fet, les ressonàncies mesó-barió es poden considerar en certa manera pentaquarks, en el sentit que són estats quasi lligats que sorgeixen en la col·lisió entre un mesó i un barió, la suma dels quals dona precisament cinc quarks. Així doncs, si aquestes tècniques permeten reproduir amb molta precisió les propietats d'aquestes ressonàncies, potser podrien fer-ho també amb els pentaquarks.

Tècniques d'unitarització quiral

En el tractament de qualsevol problema físic, és útil conèixer les simetries que són darrere el sistema que es vol estudiar. En un sistema quàntic, per exemple, les simetries es tradueixen en degeneracions en els estats energètics. A més, la seva presència pot ajudar-nos a etiquetar els estats amb nombres quàntics apropiats. Conèixer les simetries, doncs, ens permet simplificar els tractaments teòrics del problema i sovint ens guia en les determinacions experimentals. L'exemple clàssic en la física de partícules és la simetria $SU(3)$, que governa

les interaccions fortes. Aquesta simetria és la responsable, en última instància, del confinament i de la llibertat asimptòtiques i és bàsica per explicar moltes de les propietats dels hadrons. Una altra simetria fonamental en el lagrangí de les interaccions fortes és la simetria quiral, que relaciona les components *esquerra* i *dreta* dels camps quàntics forts. Els camps que descriuen els fermions es poden descompondre en dues components. Per als fermions sense massa, la component dreta (o dextrogira) d'un camp és aquella en què la projecció de l'spin de la partícula segueix la seva direcció de moviment. La component esquerra (o levogira), en canvi, té un spin que apunta en direcció oposada. El signe positiu o negatiu (en la mateixa direcció o en direcció oposada) d'aquesta projecció és l'anomenada *quiralitat de la partícula*. Per a partícules sense massa, el lagrangí es pot descompondre en una suma independent de termes levogirs i dextrogirs. El lagrangí de la QCD, si es negligeixen les masses dels quarks, presenta una simetria quiral, perquè els quarks apareixen amb totes dues quiralitats equivalents. En canvi, la teoria electrofeble té una quiralitat ben definida ja que, per exemple, només hi ha neutrinos levogirs i antineutrinos dextrogirs.

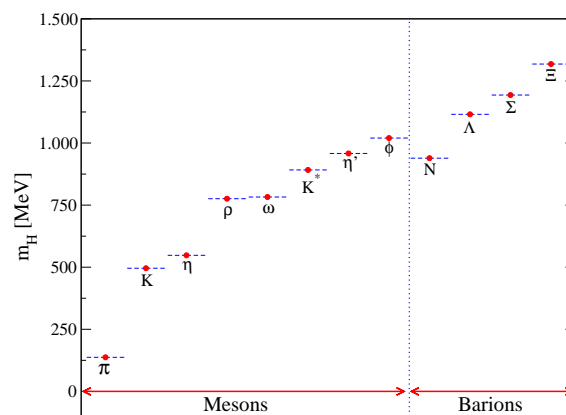


Figura 2: Espectre de la QCD a baixes energies

Ara farem un cop d'ull al conjunt d'hadrons amb masses més petites, el que anomenem *l'espectre* de la QCD (figura 2). Si els ordenem de menor a major massa, trobarem que els hadrons més lleugers són tres mesons, els pions $\pi = (\pi^-, \pi^0, \pi^+)$. És important notar que, d'una banda, les seves masses són molt menors que les de qualsevol altra partícula i que, d'altra banda, estan tan properes les unes de les altres que no es distingeixen en la figura. A continuació trobem els dos doblets de kaons $K = \{(K^-, \bar{K}^0), (K^+, K^0)\}$ estranys i el mesó eta η . Aquestes vuit partícules s'agrupen generalment en el que anomenem *l'octet pseudoescalar* de mesons perquè presenten propietats molt similars. En particular, totes vuit tenen paritat negativa $P = -1$. Si seguim ascendint en l'espectre, trobem el triplet de ρ , dos nous doblets de

kaons excitats, els K^* , i el mesó ω . Tots tenen paritat negativa $P = -1$, però presenten unes propietats lleugerament diferents a l'octet anterior. Formen l'anomenat *octet de mesons vectorials*. Encara ens queden dos mesons més, el η' i el ϕ , l'un pseudoescalar i l'altre vectorial. Finalment, en la figura 2 també hi hem representat l'octet de barions més lleugers, format pel doblet de nucleons $N = (n, p)$, la lambda Λ , el triplet $\Sigma = (\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+)$ i el doblet de cascades $\Xi = (\Xi^-, \Xi^0)$, tots amb paritat positiva.

Ara bé, si la simetria quiral hagués estat exacta a la natura, s'hauria manifestat amb una degeneració. De fet, si fos vàlida, cada hadró d'una paritat determinada tindria un *company* quiral de paritat oposada i la mateixa massa. L'espectre de la figura 2, en canvi, és molt lluny d'una descripció semblant. Els dos octets de menor massa tenen paritats negatives idèntiques i els barions de menor massa tenen tots la mateixa paritat. En principi, doncs, podríem pensar que, com que la natura no presenta simetria quiral, el lagrangian original tampoc n'hauria de tenir. Tanmateix, el raonament que s'empra és alternatiu: cal suposar que la simetria quiral ha estat *espontàniament trencada*. Això significa que, malgrat que la interacció original (la que hi ha continguda al lagrangian de la QCD) preserva la quiralitat de les partícules, l'estat fonamental del lagrangian (les partícules físiques més lleugeres) han adquirit una quiralitat (una paritat) de forma espontània. D'aquesta manera s'expliquen també les associacions en octets de partícules que hem esmentat anteriorment i que no són gens gratuïtes.

Un teorema general de teoria quàntica de camps assegura que tot trencament de simetria va acompanyat pel sorgiment d'un nombre determinat de partícules sense massa ni spin, els bosons de Goldstone, amb propietats molt particulars. És el cas, per exemple, dels fonons en un sòlid, que sorgeixen del trencament de la simetria sota translacions en la xarxa. En un tipus concret de trencament de simetria quiral que només involucra els quarks u i d , es pot demostrar que el nombre de bosons de Goldstone generats seria tres. Resulta temptador associar aquests bosons de Goldstone als pions. Al capdavant, són un triplet, tenen una massa molt menor a la de qualsevol altre hadró i tenen spin zero. D'altra banda, si considerem un trencament més ampli, en què també el quark s hi té un paper, els bosons de Goldstone generats haurien de ser nou i presentar-se en forma d'un triplet, dos doblets i dos singlets. L'associació amb l'octet pseudoescalar (més el mesó η') és gairebé directa! Ara bé, en aquesta descripció hi falla alguna cosa: si realment fossin bosons de Goldstone, els mesons de l'octet haurien de tenir massa zero. La solució a tot plegat s'obté de considerar que la simetria quiral del lagrangian de la QCD no és del tot exacta i està lleugerament trencada, ja abans del trencament espontani.

De fet, se sap que la massa dels quarks és la culpable d'aquest petit trencament inicial. Si admetem que els quarks tenen massa, es pot demostrar que la simetria quiral no és exacta. Ara bé, els quarks u i d tenen una massa de l'ordre dels MeV, molt menor que qualsevol escala d'energies de la QCD. El trencament de simetria que aparegui per culpa d'aquestes masses, doncs, serà petit. És per això que els pions, formats per quarks u i d , tenen una massa molt petita no nul·la. En canvi, la massa del quark estrany és de l'ordre del centenar de MeV i per tant ja la simetria quiral de partida (abans de trencar-se espontàniament) és menys exacta. I d'aquí es dedueix que els bosons de Goldstone formats per algun quark estrany tindran masses no necessàriament petites, com és el cas dels kaons.

Recapitem: les masses dels quarks u , d i s no són zero, però són força petites si les comparem a les escales d'energia dels processos considerats a la QCD. Això fa que la simetria quiral del lagrangian sigui només aproximada. Tanmateix, si aquesta simetria fos present a la natura, observariem companys quirals (companys de paritats oposades) de totes les partícules amb masses molt semblants (tot i que no exactament iguals, perquè la simetria original no és exacta). En canvi, a l'espectre veiem que les partícules de massa petita tenen paritats ben definides i cap company quiral. Tot plegat ens duu a pensar que la simetria ha estat espontàniament trencada: la natura ha escollit una paritat concreta per a les partícules de l'estat fonamental. D'aquest trencament de simetria n'haurien de sorgir, segons la teoria quàntica de camps, nou partícules sense massa ni spin. El lleuger trencament inicial, però, dona una massa no nul·la per a aquest nonet, que identifiquem com l'octet pseudoescalar més el mesó η' . A més, el trencament espontani també ens permet explicar l'existència i les propietats del nonet de mesons vectorials i de l'octet de barions.

Malgrat el trencament espontani, la simetria quiral regeix encara el comportament de l'octet de mesons pseudoescalar i en restringeix la interacció entre ells així com la seva interacció amb els barions. Les restriccions que imposa la quiralitat es poden explotar a l'hora de formular l'anomenada *teoria quiral de perturbacions* (χ PT), en què el lagrangian de la interacció forta s'expandeix en potències del moment (i, per tant, de l'energia) de les partícules, tot mantenint l'estructura quiral trencada de la teoria. Aquesta expansió només és vàlida, però, en estudis de molt baixes energies. Podem introduir d'aquesta manera una interacció entre bosons de Goldstone i barions que descriu bé les propietats de les col·lisions d'aquestes partícules. En l'ordre més baix en l'expansió de χ PT, el que emprarem en aquest treball, podem deduir expressions aproximades per a les amplituds d'interacció entre mesons i barions (que representen, en certa manera, els potencials d'interacció

on ara T , V i G són matrius i el terme VGT ja no és una integral, sinó un producte de matrius. L'equació per la interacció resumada T la podem resoldre molt fàcilment:

$$T = [1 - VG]^{-1}V. \quad (4)$$

El propagador G és, després d'aquestes aproximacions, una matriu diagonal. L'expressió per a G involucra, però, una integral divergent sobre energies. Per tractar l'aparició de la divergència, la integral es regularitza ja sigui mitjançant talls en l'interval d'integració sobre energies o mitjançant tècniques estàndards, com l'anomenada *regularització dimensional*, que és especialment útil en aquest cas perquè permet controlar de manera acurada les divergències no físiques i perquè no ens limita la grandària dels moments i energies involucrats en el procés. El resultat final per al propagador d'un parell mesó-barió l , obtingut mitjançant regularització dimensional, és:

$$G(\sqrt{s}) = \frac{2M_l}{16\pi^2} \left[a_l(\mu) + \ln \frac{M_l^2}{\mu^2} + \frac{m_l^2 - M_l^2 + s}{2s} \ln \frac{m_l^2}{M_l^2} + \frac{q_l}{\sqrt{s}} \left\{ \ln(s - (M_l^2 - m_l^2) + 2q_l\sqrt{s}) + \ln(s + (M_l^2 - m_l^2) + 2q_l\sqrt{s}) - \ln(-s + (M_l^2 - m_l^2) + 2q_l\sqrt{s}) - \ln(-s - (M_l^2 - m_l^2) + 2q_l\sqrt{s}) \right\} \right], \quad (5)$$

on M_l i m_l són la massa del barió i el mesó del canal intermedi l , respectivament; μ és una escala arbitrària d'energies; \sqrt{s} és l'energia en el sistema de referència del centre de masses del procés considerat i q_l el mòdul del moment de les partícules en el mateix sistema de referència. Les constants de subtracció $a_l(\mu)$ depenen tant del procés l com de l'escala d'energies i s'han d'ajustar per reproduir les dades experimentals i controlar que G_l sigui independent de la regularització. La dependència de G_l en el moment i l'energia a través dels logaritmes fan que la funció esdevingui complexa i multivalent. En general, els resultats s'expressen en el primer full de Riemann (aquell en què $\ln(-1) = \pi$), però en altres casos és interessant accedir al segon full de Riemann, que conté, per exemple, informació sobre les ressonàncies.

Arribats a aquest punt, convé comprovar la motivació física que ens ha dut a emprar una equació de Bethe-Salpeter, és a dir, que, a més de sumar una sèrie infinita de diagrames, la matriu d'interacció T preserva unitarietat. Es pot demostrar que una condició necessària i suficient perquè una matriu T sigui unitària és que compleixi el teorema òptic. Per a una interacció amb canals acoblats, aquest teorema s'escriu:

$$\text{Im}T_{if} = -T_{in}\rho_{nn}T_{nf}^*, \quad (6)$$

on ρ_{nn} és la matriu diagonal que dona l'espai de fases accessible per als estats intermedis de dues partícules (el

mesó i el barió del canal n). Per a un estat mesó-barió, l'espai fàsic és la següent integral sobre tots els moments i energies permesos (la funció δ s'encarrega de mantenir l'energia i el moment totals de la col·lisió constants):

$$\rho_{nn} = \int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2\sqrt{p_1^2 + m_n^2}} \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2\sqrt{p_2^2 + M_n^2}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_{cm} - (p_1 + p_2)) = \frac{q_n}{16\pi\sqrt{s}}, \quad (7)$$

on p_1 (p_2) és el moment del mesó (barió) del parell n , m_n (M_n) la massa del mesó (barió) i q_n és el moment de les partícules en el sistema centre de masses.

Per demostrar l'equació (6) comencem fent notar que, emprant (4), obtenim:

$$\text{Im}T^{-1} = -\frac{1}{2i}(T^{-1*} - T^{-1}) = -\frac{1}{2i}(G - G^*) = -\text{Im}G. \quad (8)$$

Ara bé, com que:

$$\text{Im}T^{-1} = -\frac{1}{2i}T^{-1} \cdot (T - T^*) \cdot T^{*-1} = T^{-1}\text{Im}T \cdot T^{*-1}, \quad (9)$$

tenim:

$$\text{Im}T = T \text{Im}GT^*. \quad (10)$$

Finalment, podem escriure explícitament la part imaginària de G_l :

$$\text{Im}G_l = -\frac{q_n}{16\pi\sqrt{s}} = -\rho. \quad (11)$$

Veiem, doncs, que la part imaginària del propagador $\text{Im}G_l$ equival, excepte un signe, a l'espai fàsic ρ . Hem demostrat així que la matriu T generada a partir de l'equació de Bethe-Salpeter (3) compleix el teorema òptic i que, per tant, les aproximacions emprades preserven la unitarietat de la interacció.

A continuació, revisarem l'ús de les TUQ en l'estudi de la interacció mesó-barió en el sector d'estranyesa $S = -1$. D'aquesta manera veurem els avantatges que presenta aquesta teoria a l'hora d'estudiar la fenomenologia de baixes energies. Després, un cop garantit el bon funcionament d'aquestes tècniques, les estendrem al sector d'estranyesa $S = +1$ en un intent de generar de manera dinàmica el pentaquark Θ^+ .

Resultats teòrics

Sector d'estranyesa $S = -1$

Ara aplicarem l'equació de Bethe-Salpeter al sector d'estranyesa $S = -1$ i càrrega nul·la. D'aquesta manera pretenem comparar els resultats obtinguts amb les dades experimentals i determinar la qualitat de les aproximacions emprades. Arribats aquí, potser convé començar per definir aquest sector, és a dir, per enumerar totes les possibles combinacions d'un mesó i un barió que tinguin estranyesa negativa i càrrega nul·la. De la part dels

	K^-p	\bar{K}^0n	$\pi^0\Lambda$	$\pi^0\Sigma^0$	$\eta\Lambda$	$\eta\Sigma^0$	$\pi^+\Sigma^-$	$\pi^-\Sigma^+$	$K^+\Xi^-$	$K^0\Xi^0$
K^-p	2	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	1	0	0
\bar{K}^0n		2	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0	0
$\pi^0\Lambda$			0	0	0	0	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\pi^0\Sigma^0$				0	0	0	2	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\eta\Lambda$					0	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
$\eta\Sigma^0$						0	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\pi^+\Sigma^-$							2	0	1	0
$\pi^-\Sigma^+$								2	0	1
$K^+\Xi^-$									2	1
$K^0\Xi^0$										2

Taula 3: Coeficients C_{ij} de (1)

$a_{\bar{K}N} = -1,84,$	$a_{\pi\Sigma} = -2,00,$
$a_{\pi\Lambda} = -1,83,$	$a_{\eta\Lambda} = -2,25,$
$a_{\eta\Sigma} = -2,38,$	$a_{K\Xi} = -2,52.$

Taula 4: Constants de subtracció per $S = -1$

mesons, haurem de tenir en compte els pions π^-, π^0, π^+ i l'eta η (que no tenen estranyesa) i també els kaons K^-, \bar{K}^0 (amb estranyesa $S = -1$). Els kaons d'estranyesa positiva seran accessibles sempre que els combinem amb barions de doble estranyesa negativa, com les partícules Ξ , ja que aleshores l'estranyesa total del sistema serà $S = +1 - 2 = -1$. Finalment, ens cal tenir en compte els barions no estranys (neutró n i protó p) i els d'estranyesa $S = -1$ (Λ i el triplet de les Σ). El conjunt de tots els estats accessibles amb càrrega nul·la i estranyesa negativa serà aleshores format pels parells:

$$K^-p, \bar{K}^0n, \pi^0\Lambda, \pi^0\Sigma^0, \eta\Lambda, \eta\Sigma^0, \\ \pi^+\Sigma^-, \pi^-\Sigma^+, K^+\Xi^-, K^0\Xi^0.$$

Per solucionar l'equació algebraica de Bethe-Salpeter, ens cal conèixer la matriu de potencial V , que ve donada per l'aproximació a ordre més baix del lagrangà quiral (1). Els coeficients de l'amplitud d'interacció C_{ij} vénen dictats per la simetria $SU(3)$ del lagrangà i formen una matriu simètrica $C_{ij} = C_{ji}$ que adjuntem a la taula 3. A més, per fer el càlcul cal donar valors a les constants de subtracció de (5). Per això seguirem (Oset et al., 2002), en què els paràmetres s'ajustaven per reproduir algunes dades experimentals determinades a una escala d'energies $\mu \sim 600$ MeV. Les constants emprades les adjuntem a la taula 4. Finalment, el darrer paràmetre que cal ajustar és la constant de desintegració dels bosons de Goldstone, f . En general, la

f piònica $f_\pi = 93$ MeV difereix de, per exemple, la f kaònica, que en el cas d'interaccions mesó-mesó pren el valor $f_K = 1,22f_\pi$. Tot i que el valor de f canvia per a cada canal, aquí prendrem la simplificació de considerar un sol valor de f per a tots els canals mesó-barió. El valor concret que utilitzarem es va ajustar a les dades experimentals i és un valor intermedi entre f_π i f_K , $f = 1,15f_\pi$.

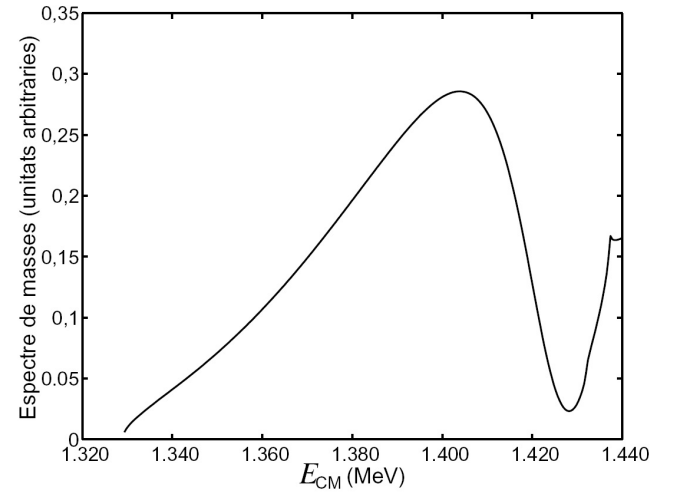


Figura 4: Espectre de masses de $\pi\Sigma$ per a energies del centre de masses properes a la $\Lambda(1.405)$

Un resultat essencial d'aquest tipus de tècniques és la reproducció de manera dinàmica (és a dir, sense necessitat d'incloure-les explícitament en el lagrangà) de les ressonàncies d'estranyesa $S = -1$. La més significativa és, segurament, la $\Lambda(1.405)$, que apareix tot just sota el llindar de K^-p (és a dir, és una ressonància centrada a una energia del centre de masses una mica per sota del llindar $m_K + m_N$) i que s'observa experimen-

talment en l'espectre de masses de $\pi\Sigma$. En el nostre cas, obtenim l'espectre de la figura 4 en fer servir els deu estats intermedis permesos per al canal $\pi^-\Sigma^+ \rightarrow \pi^-\Sigma^+$. S'hi observa clarament l'estructura d'una ressonància al voltant d'una energia de 1.400 MeV. Convé remarcar que per reproduir aquesta ressonància és tan fonamental unitaritzar la interacció com utilitzar una base que inclogui els deu canals accessibles. Els resultats mostren que negligir algun d'aquests canals duu a canvis considerables en les propietats de la $\Lambda(1.405)$ (Oset i Ramos, 1998).

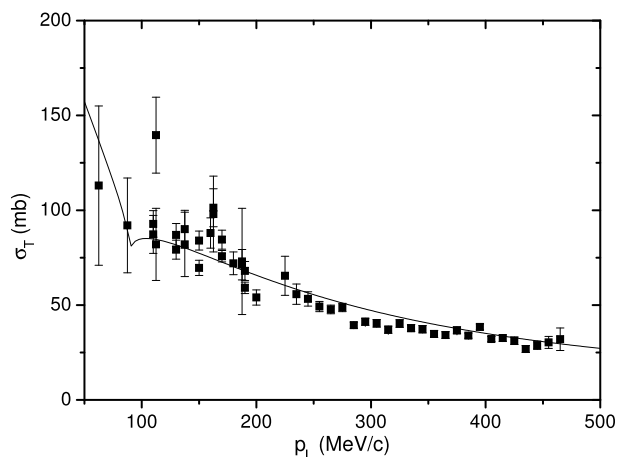


Figura 5: Comparació de la secció eficaç elàstica teòrica $K^-p \rightarrow K^-p$ en funció del moment del K^- en el sistema de laboratori amb dades experimentals

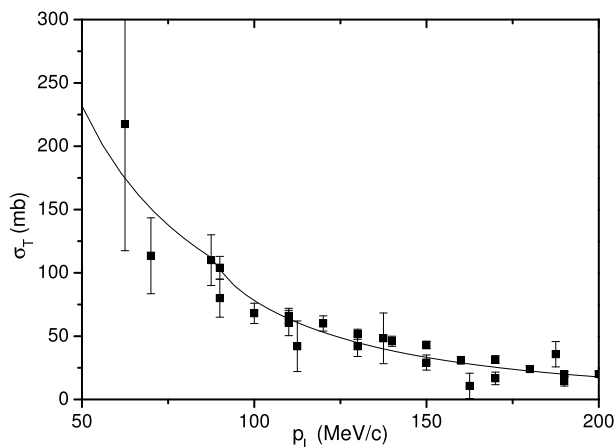


Figura 6: Igual que la figura 5 per a $K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-$

A més de la posició i les propietats de la ressonància $\Lambda(1.405)$, el formalisme d'unitarització quiral ens permet reproduir altres dades experimentals. Podem, per exemple, calcular les seccions eficaces de diferents reaccions hadròniques. L'expressió per a la secció eficaç dels processos mesó-barió s'escriu, en la normalització que

utilitzem:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{4\pi} \frac{MM'}{s} \frac{k'}{k} |T_{ij}|^2, \quad (12)$$

on M (M') és la massa del barió entrant (sortint), k (k') és el moment del mesó entrant (sortint) i T_{ij} és l'amplitud obtinguda del càlcul amb l'equació de Bethe-Salpeter per als canals i i j . En les figures 5 i 6 mostrem les seccions eficaces elàstiques dels processos $K^-p \rightarrow K^-p$ i $K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-$, respectivament. Observem que, en general, els resultats teòrics i experimentals són molt propers, fet que es confirma també en altres canals que no hem mostrat aquí, com ara $K^-p \rightarrow \bar{K}^0n$ o $K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+$ (Rios, 2005). En la figura 5, l'estructura que apareix cap a $p_L = 90$ MeV/c correspon a l'obertura del canal \bar{K}^0n (és a dir, a aquest moment l'energia en el sistema centre de masses esdevé major que el llindar del procés, $E_{CM} > m_K + m_n$). La secció eficaç obtinguda mitjançant el càlcul s'encavalca, en aquest canal, amb les dades experimentals per a moments superiors a 200 MeV/c. De la mateixa manera, en la figura 6 la secció eficaç experimental i les dades numèriques coincideixen en tot el rang de moments explorat. Amb aquestes figures hem volgut demostrar que el requeriment d'unitarietat, l'ús del lagrangiana quiral a ordre més baix i la presència de tots els canals acoblats són suficients per descriure correctament els resultats experimentals de les reaccions mesó-barió.

Sector d'estranyesa $S = +1$

A priori, el sector d'estranyesa $S = +1$ no hauria de presentar una fenomenologia especialment rica per comparació al sector anterior. El nombre de canals acoblats per la base física és només de dos per a càrrega $Q = +1$ (K^+n i K^0p) i d'un per al cas de càrrega $Q = +2$ (K^+p). Necessitarem, com és habitual, els coeficients C_{ij} per als canals acoblats, que adjuntem en la taula 5. Per a l'únic canal amb $Q = 2$ (K^+p), el coeficient és $C_{K^+p \rightarrow K^+p} = -2$ i per tant el potencial ve donat per:

$$V = \frac{1}{2f^2} (k^0 + k'^0). \quad (13)$$

Les dades experimentals que emprarem per a aquest sector estan donades en base d'isospin. És per això que, per reproduir-les, ens cal transformar els potencials a aquesta base. El canvi involucra unes transformacions lineals ben determinades, de tal manera que el resultat final acaba sent:

$$\begin{aligned} V(S=1, T=0) &= 0, \\ V(S=1, T=1) &= \frac{1}{2f^2} (k^0 + k'^0). \end{aligned} \quad (14)$$

Observem, doncs, que a l'ordre més baix l'amplitud amb $S = 1$ i $T = 0$ és nul·la. Tanmateix, en introduir les masses físiques per als estats K^+ , K^0 , p i n a l'expressió del propagador (5) i en emprar diferents canals acoblats

	K^+n	K^0p
K^+n	-1	-1
K^0p		-1

Taula 5: Coeficients C_{ij} per al sector de $S = +1$

	$a(S = 1, T = 1)$	$a(S = 1, T = 0)$
$a_{KN} = -1,86$	-0,256	$2,72 \times 10^{-3}$
$a_{KN} = -1,20$	-0,316	$4,21 \times 10^{-3}$
(Oset i Ramos, 1998)	-0,26	$2,4 \times 10^{-7}$
Dades Exp.	$-0,32 \pm 0,02$	$0,02 \pm 0,04$

Taula 6: Longituds de difusió en fm de KN

a l'equació (4), es trenca la simetria i obtindrem una amplitud petita però diferent de zero.

El primer càlcul que duem a terme és el de l'única dada experimental que tenim a mà, la longitud de difusió, l'expressió de la qual és:

$$a_i = -\frac{1}{4\pi} \frac{M}{\sqrt{s}} T_{ii}, \quad (15)$$

on la matriu T diagonal s'ha de calcular per l'energia en el llindar del procés $i \rightarrow i$. Presentem els resultats (per a dues constants de subtracció diferents) a la taula 6, on a més mostrem els resultats d'Oset i Ramos (1998) i els obtinguts a partir de dades experimentals. La longitud de difusió $a(S = 1, T = 1)$ amb una constant de subtracció $a_{KN} = -1,86$ s'allunya un 20 % del resultat experimental. Val a dir, però, que és molt propera a la d'Oset i Ramos (1998) gràcies al fet que, en ambdós càlculs, s'hi han emprat les mateixes constants de subtracció. Per trobar valors més propers a les dades experimentals, introduïm una segona constant de subtracció $a_{KN} = -1,20$, amb què obtenim una longitud de difusió que cau dins les barres d'error experimentals.

En aquest punt, un cop ajustades les constants fenomenològiques del sector $S = +1$, comencem a buscar traces de l'existència de la Θ^+ tot emprant les TUQ. Seguint el passos que hem fet per detectar la ressonància $\Lambda(1.405)$, considerarem inicialment l'espectre de masses de $K^+n \rightarrow K^+n$, que presentem en la figura 7. Es comprova fàcilment que no hi ha cap estructura a les amplituds obtingudes amb les dues constants de subtracció, ni tan sols a prop de la posició experimental de la Θ^+ . És destacable el canvi substancial que provoca l'ús de constants de subtracció diferents: les amplituds T obtingudes amb la constant $a_{KN} = -1,20$ són gairebé un 50 % superiors a les obtingudes amb $a_{KN} = -1,84$.

Sembla que aquestes dades ens indiquen que aquest model és massa senzill per reproduir un objecte compost de 5 quarks. Tanmateix, fins ara hem emprat una interacció V extraordinàriament simple. En particular,

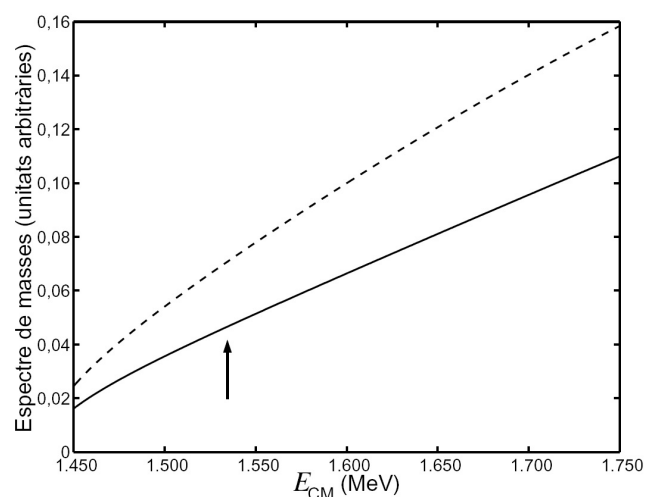


Figura 7: Espectre de masses de K^+n a prop del llindar. Línia contínua: $a_{KN} = -1,84$. Línia discontinua: $a_{KN} = -1,20$. La fletxa mostra la posició experimental de la Θ^+

només hi hem inclòs l'ona s , la component de la interacció mesó-barió amb moment angular més baix, que ha resultat ser repulsiva. El següent pas lògic seria afegir components de moment angular majors a la interacció per veure si són atractives i poden generar una ressonància. Hi ha, a més, una motivació extra per fer-ho. La barrera centrífuga que apareix amb l'ona p (la component de moment angular immediatament superior a l'ona s) faria més difícil la desintegració del sistema quasi lligat mesó-barió i podria ser una explicació per la petita amplada que s'observa experimentalment. Es pot demostrar que amb les ones s i p obtenim un conjunt d'equacions algebraïques simples (semblants a l'equació (3)), que continuen reproduint els resultats experimentals. Els nostres resultats (Rios, 2005) indiquen que l'extensió a ona p , tot i fer més atractiva l'amplitud de difusió, no aconsegueix crear cap estat lligat extra. La figura 8 mostra les seccions eficaces totals $K^+n \rightarrow K^+n$ en ona s i amb les ones $s + p$ amb les dues constants de subtracció, $a_{KN} = -1,84$ i $a_{KN} = -1,20$. S'hi observa que, a la posició experimental on s'ha trobat el pentaquark, no apareix cap estructura ni abans ni després de la inclusió de l'ona p en el càlcul teòric. Podem dir, doncs, que amb les TUQ emprades aquí no detectem cap ressonància al sector d'estranyesa $S = +1$ ni, en conseqüència, cap traça de l'existència del pentaquark Θ^+ .

Conclusions

Avui en dia, gràcies a les TUQ, moltes de les ressonàncies bariòniques de baixes energies es poden generar dinàmicament (sense incloure-les explícitament al lagrangia) com a estats quasi lligats mesó-barió. És el cas de

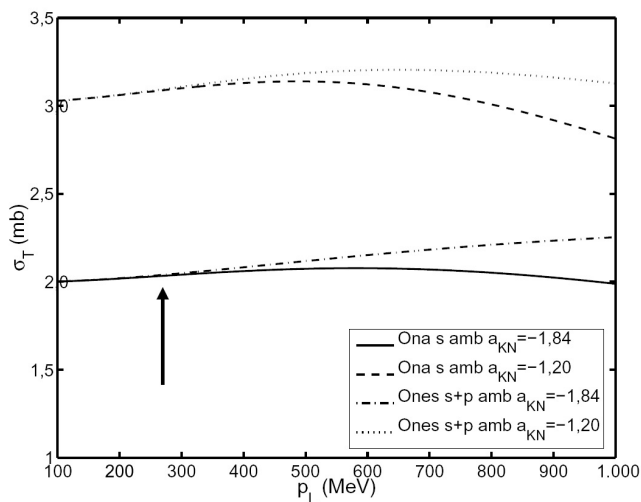


Figura 8: Secció eficaç elàstica total $K^+n \rightarrow K^+n$ amb ona s i amb ones s i p . Les dues línies inferiors corresponen als resultats amb la constant de subtracció $a_{KN} = -1,84$ (ona s línia contínua; ones $s+p$, línia discontinua i puntejada), mentre que les superiors corresponen a $a_{KN} = -1,20$ (ona s línia discontinua; ones $s+p$, línia puntejada)

la $\Lambda(1.405)$, que hem estudiat aquí, però també de la $\Lambda(1.670)$ o de la $\Sigma(1.620)$ en el sector de $S = -1$ i el de la $\Xi(1.620)$ en el de $S = -2$. De la mateixa manera, l'aplicació d'aquestes tècniques al sector de $S = 0$ genera dinàmicament la ressonància del nucleó $N^*(1.535)$.

Recentment, la possible descoberta experimental d'una ressonància en la reacció $\gamma n \rightarrow K^+K^-n$ sobre ^{12}C ha renovat l'interès en el camp de la interacció mesó-barió. La majoria d'estudis teòrics sobre la nova ressonància, un estat combinació dels tres quarks del barió i de la parella quark-antiquark del mesó (un estat, doncs, de cinc quarks o pentaquark), se centren a estudiar les propietats de la Θ^+ ja sigui amb models de solitons quirals o models de diquarks. Ara bé, si moltes de les ressonàncies bariòniques sorgeixen dinàmicament mitjançant l'estudi de les TUQ, és temptador dur a terme un estudi en el sector de $S = +1$ amb la intenció de trobar alguna pista sobre l'estructura del pentaquark.

És per això que hem començat introduint les TUQ en el sector de $S = -1$. Hi hem pogut confirmar, mitjançant càlculs numèrics, la presència de la ressonància $\Lambda(1.405)$. També hem comprovat l'exactitud dels resultats tot reproduint les seccions eficaces d'alguns canals d'aquest sector. Un cop hem comprovat que les nostres eines teòriques són capaces de generar dinàmicament ressonàncies, ens hem centrat en el sector d'estranyesa $S = +1$, a què pertany el pentaquark. Tanmateix, el nostre model podria ser massa simple i no hi hem detectat cap ressonància. La introducció de l'ona p en la interacció quiral tampoc modifica els resultats: no tro-

bem cap signe clar de l'existència del pentaquark en el canal $S = +1$.

Així doncs, la principal conclusió d'aquest treball és que, dins un model senzill (però capaç de generar moltes de les ressonàncies hadròniques conegudes de baixes energies), no trobem cap estructura corresponent a l'hipotètic pentaquark. Acceptant la validesa de les TUQ, el nostre tractament sembla indicar-nos que o bé el pentaquark no existeix o bé, si existeix, és de natura diferent a les esmentades ressonàncies. Aquesta incertesa teòrica s'afegeix als dubtes sobre l'existència del pentaquark que han sorgit en el camp experimental. En conjunt, podem dir que encara som lluny de respondre a la pregunta que ha trasbalsat darrerament el camp de la física hadrònica: què és, exactament, el pentaquark?

Agraïments

Vull agrair al professor Joan Soto per haver-me donat l'oportunitat d'introduir-me en l'estudi del pentaquark a través d'un treball tutelat de DEA. Les converses que hem mantingut han estat sempre molt enriquidores. També he d'agrair a la professora Àngels Ramos per haver respost sempre tan amablement les meves qüestions i per permetre'm desviar part del meu temps a un estudi força allunyat del meu projecte de tesi. En aquest sentit, també em cal agrair la predisposició del meu altre director, el professor Artur Polls.

Bibliografia

- DIKONOV, D., PETROV, V., POLYAKOV M., *Z. Phys. A*, **359**, 305 (1997).
- ESPRIU, D., Premi Nobel de Física 2004, *Revista de Física*, **3**, (8) 54-56 (2005). En trobareu més informació de nivell elemental (però també de nivell avançat) a: <http://nobelprize.org/physics/laureates/2004/public.html>.
- HICKS, K., *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **55**, 647 (2005). Aquesta referència fa un resum força complet de la situació experimental en la recerca de la Θ^+ . Tot i que va ser publicada fa només uns mesos, amb la contínua activitat experimental i teòrica al voltant del pentaquark es fa difícil dir si encara és vigent.
- KAISER, N., SIEGEL, P. B., WEISE, W., *Nucl. Phys. A*, **594**, 325 (1995).
- NAKANO, T. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 012002 (2003).
- OLLER, J. A., OSET, E., RAMOS, A., *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **45**, 157 (2000).
- OSET, E., RAMOS, A., *Nucl. Phys. A*, **635**, 99 (1998).
- OSET, E., RAMOS, A., BENNHOLD, C., *Phys. Lett. B*, **527**, 99 (2002).
- RIOS, A., *Tècniques d'unitarització quiral en l'estudi de la interacció mesó-barió: el pentaquark*. <http://www.ecm.ub.es/~arnau/files/pentaquark.pdf> (2004).